

AUTOMATIQUE

SÉANCE N°8: STABILITÉ DES SYSTÈMES



Nous nous intéressons dans ce TD au système en boucle fermée représenté à la FIGURE 1. La constante de temps du système vaut 10 secondes.

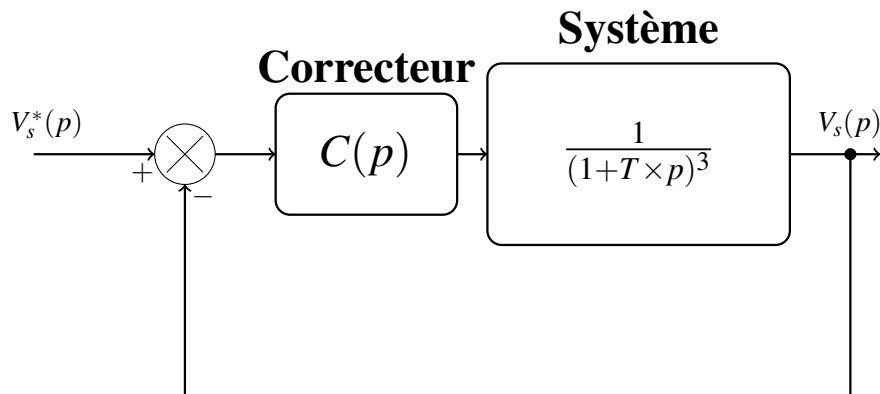


FIGURE 1 – Système étudié

1. Correcteur proportionnel :

$$C(p) = C$$

(a) Déterminer l'expression de la FTBO

$$FTBO(p) = \frac{C}{(1 + T \times p)^3}$$

(b) Déterminer la valeur de C permettant d'obtenir une marge de phase de 45°

$$|FTBO| = \frac{C}{(\sqrt{1 + (\omega T)^2})^3}$$

$$\varphi(FTBO) = 0 - 3 \times \text{atan}(\omega T)$$

On souhaite une marge de phase à 45° :

– Pulsation $\omega_{M\varphi}$ à laquelle l'argument de la FTBO vaut $-\frac{3\pi}{4}$:

$$-3 \times \text{atan}(\omega_{M\varphi}T) = \frac{-3\pi}{4}$$

$$\omega_{M\varphi} = \frac{1}{T}$$

– Valeur de C pour obtenir un gain unitaire à cette pulsation :

$$|FTBO(\omega_{M\varphi})| = 1 = \frac{C}{(\sqrt{1 + (\omega_{M\varphi}T)^2})^3}$$

$$C = 2\sqrt{2}$$

2. Correcteur proportionnel dérivé :

$$C(p) = C \times (1 + T \times p)$$

(a) Déterminer l'expression de la FTBO

$$FTBO(p) = \frac{C}{(1 + T \times p)^2}$$

(b) Déterminer la valeur de C permettant d'obtenir une marge de phase de 45°

$$|FTBO| = \frac{C}{(\sqrt{1 + (\omega T)^2})^2} = \frac{C}{1 + (\omega T)^2}$$

$$\varphi(FTBO) = 0 - 2 \times \text{atan}(\omega T)$$

On souhaite une marge de phase à 45° :

– Pulsation $\omega_{M\varphi}$ à laquelle l'argument de la FTBO vaut $-\frac{3\pi}{4}$:

$$-2 \times \text{atan}(\omega_{M\varphi}T) = \frac{-3\pi}{4}$$

$$\omega_{M\varphi} = \frac{\tan(\frac{3\pi}{8})}{T}$$

– Valeur de C pour obtenir un gain unitaire à cette pulsation :

$$|FTBO(\omega_{M\varphi})| = 1 = \frac{C}{1 + (\omega_{M\varphi}T)^2}$$

$$C = 6,82$$

3. Correcteur proportionnel intégral :

$$C(p) = C \times (1 + \frac{1}{T \times p})$$

(a) Déterminer l'expression de la FTBO

$$FTBO(p) = \frac{C}{Tp(1 + T \times p)^2}$$

(b) Déterminer la valeur de C permettant d'obtenir une marge de phase de 45°

$$|FTBO| = \frac{C}{\omega T (\sqrt{1 + (\omega T)^2})^2} = \frac{C}{\omega T (1 + (\omega T)^2)}$$

$$\varphi(FTBO) = 0 - \frac{\pi}{2} - 2 \times \text{atan}(\omega T)$$

On souhaite une marge de phase à 45° :

– Pulsation $\omega_{M\varphi}$ à laquelle l'argument de la FTBO vaut $-\frac{3\pi}{4}$:

$$-\frac{\pi}{2} - 2 \times \text{atan}(\omega_{M\varphi} T) = -\frac{3\pi}{4}$$

$$\omega_{M\varphi} = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)}{T}$$

– Valeur de C pour obtenir un gain unitaire à cette pulsation :

$$|FTBO(\omega_{M\varphi})| = 1 = \frac{C}{\omega_{M\varphi} T (1 + (\omega_{M\varphi} T)^2)}$$

$$C \simeq 0,48$$

4. Les diagrammes de Bode des systèmes en boucle ouverte pour les 3 correcteurs considérés sont représentés à la FIGURE 2. Déterminer graphiquement pour chaque correcteur la valeur de la marge de phase.
5. Le diagramme de Nyquist de la FTBO munie du correcteur proportionnel est représentée à la FIGURE 3 (le cercle unité est également représenté).
 - (a) Repérer le point critique
 - (b) Repérer le point où le lieu de la FTBO coupe le cercle unité
 - (c) Définir alors graphiquement la marge de phase ($M\varphi$)

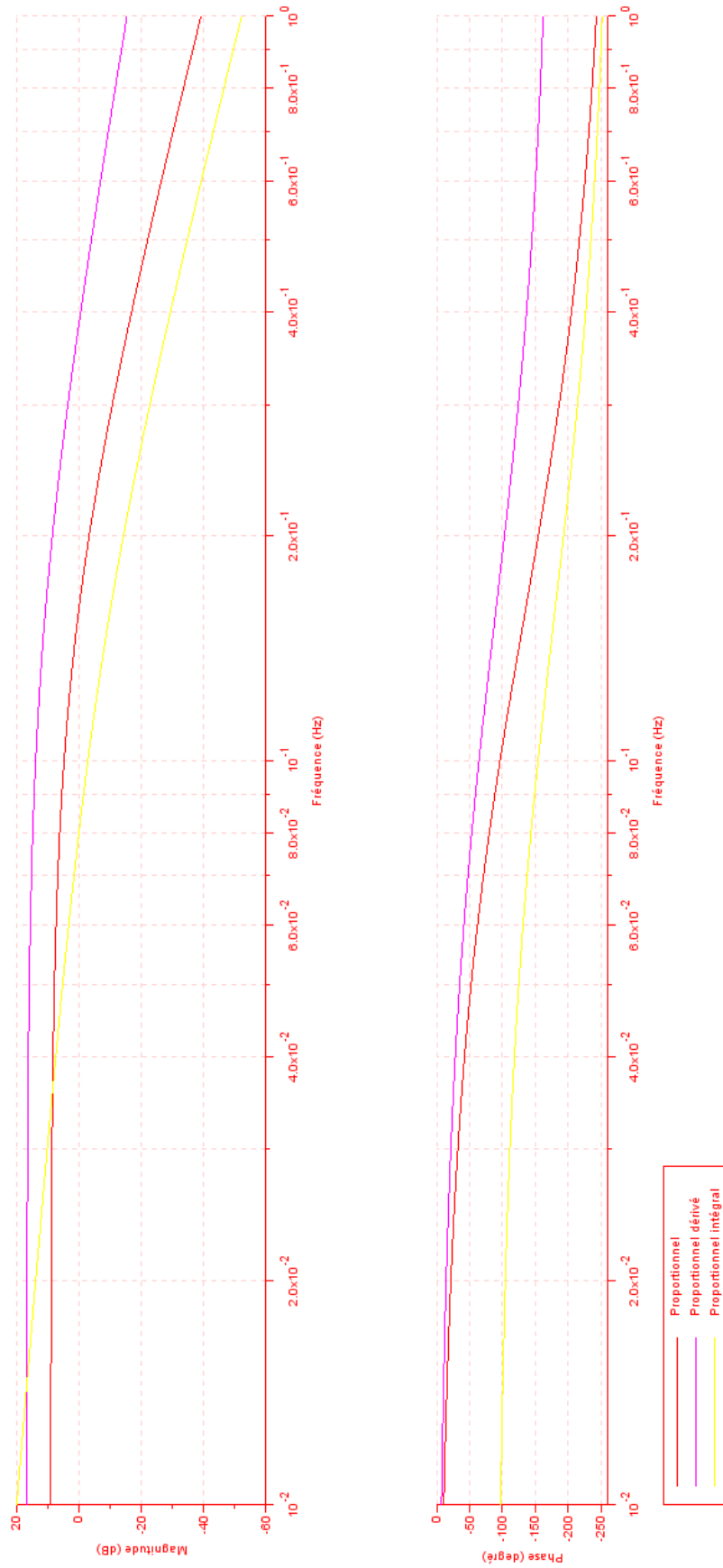


FIGURE 2 – Diagrammes de Bode

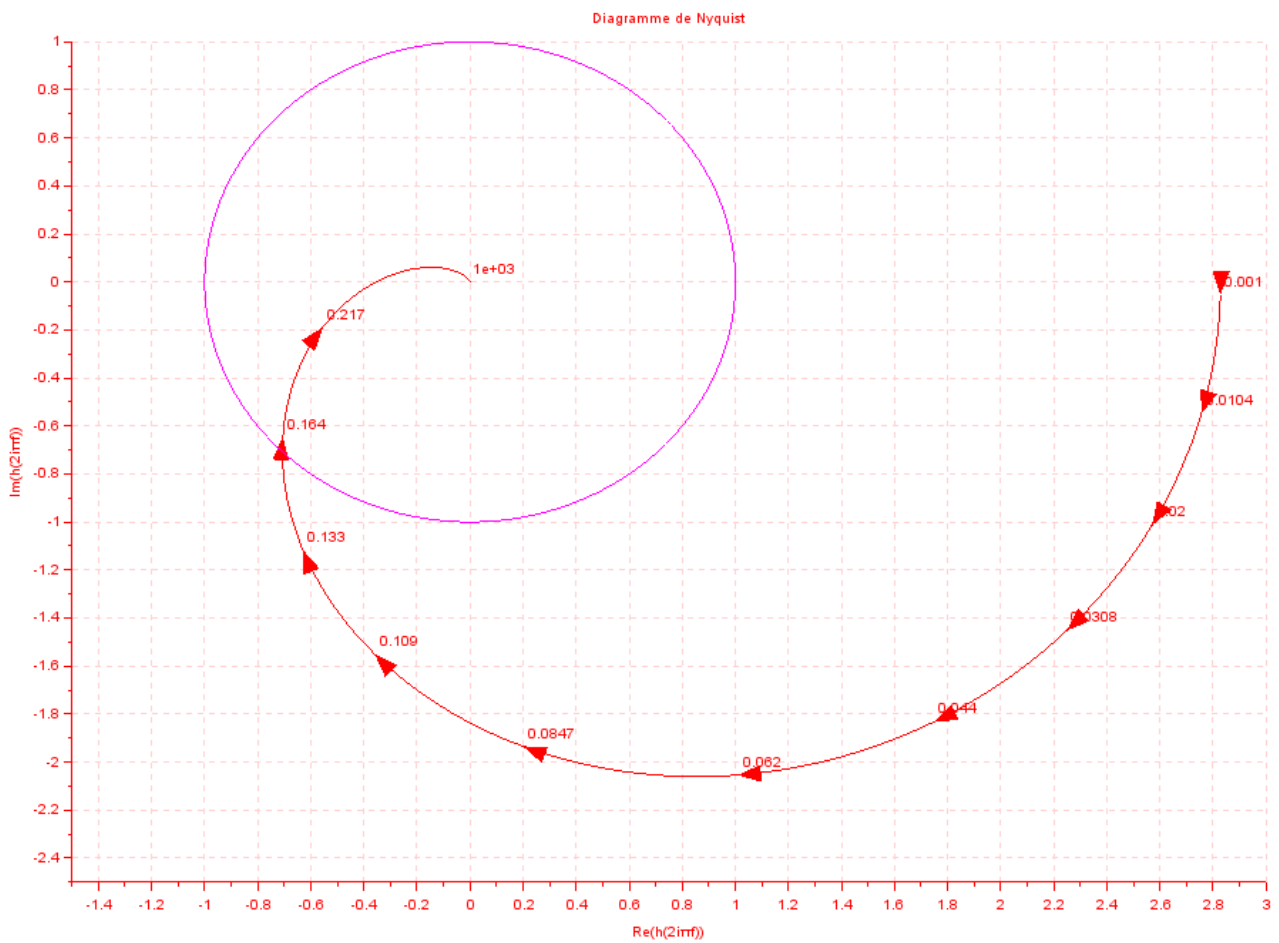


FIGURE 3 – Lieu de Nyquist