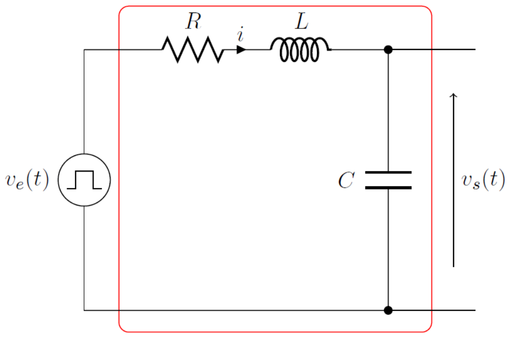
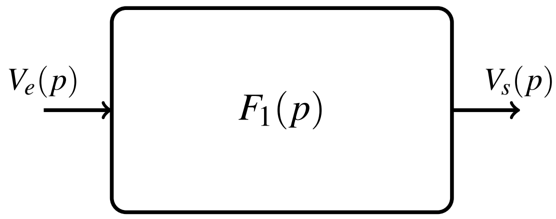
AUTOMATIQUE
SÉANCE N°6: SYSTÈMES DU SECOND ORDRE

1 Exercice 1 : Circuit RLC

Nous nous intéressons dans ce premier exercice au montage représenté à la FIGURE 1.



(a) Montage étudié



(b) Schéma bloc du système

FIGURE 1 – Ciruit RLC

1. Quelle est la relation liant le courant $i(t)$ et la tension $v_s(t)$? De même, quelle est la relation liant la tension aux bornes de l'inductance et le courant $i(t)$.
2. A partir de la loi des mailles, exprimer l'équation différentielle du second ordre liant $v_e(t)$ et $v_s(t)$
3. A l'aide des propriétés de la transformée de Laplace étudiées lors du premier TD, déterminer la fonction de transfert liant $V_e(p)$ et $V_s(p)$. La tension de sortie à l'instant $t = 0$ est considérée nulle.
4. La forme standard d'une fonction de transfert du second ordre est la suivante :

$$F_1(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\times\xi}{\omega_0} \times p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

   Exprimer sous cette forme la fonction de transfert $F_1(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$ définie à la question précédente. Vous donnerez l'expression des constantes K, ξ et ω_0. Vous préciserez également la signification de ces constantes.

2 Exercice 2 : Identification d'un système du second ordre - Régime pseudo-périodique

Afin d'asservir un système, il est impératif de savoir l'identifier. Une manière usuelle de procéder est de solliciter le système avec un échelon indiciel en entrée et d'observer comment évolue la sortie. La réponse indicielle d'un système $F_2(p)$ est représentée à la FIGURE 2.

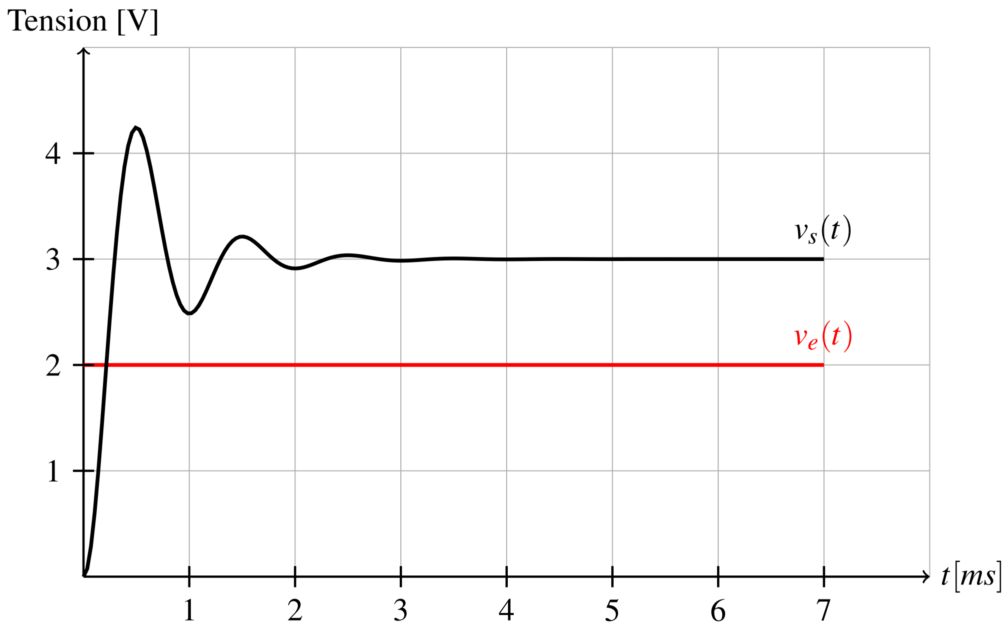
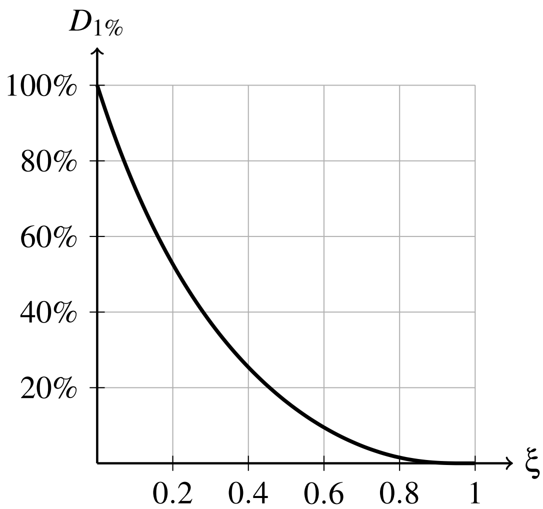


FIGURE 2 – Réponse indicielle

1. Déterminer le gain statique K du système.
2. Mesurer la valeur du premier dépassement du système.
3. A l'aide du graphique ci-dessous, déterminer la valeur du coefficient d'amortissement ξ du système.



4. Mesurer la valeur de la pseudo période T_p du système.
5. En déduire, à l'aide de la relation ci-dessous, la valeur du la pulsation propre du système (ω_0)

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_p \times \sqrt{1-\xi^2}}$$

3 Exercice 3 : Modélisation schéma bloc de la machine à courant continu

On s'intéresse ici au système représenté à la FIGURE 3. Il s'agit d'un asservissement en vitesse d'un machine à courant continu. Pour mémoire, l'induit de celle-ci est modélisé par la mise en série d'une résistance R, d'une inductance L et d'une f.e.m e proportionnelle à la vitesse de rotation de la machine.

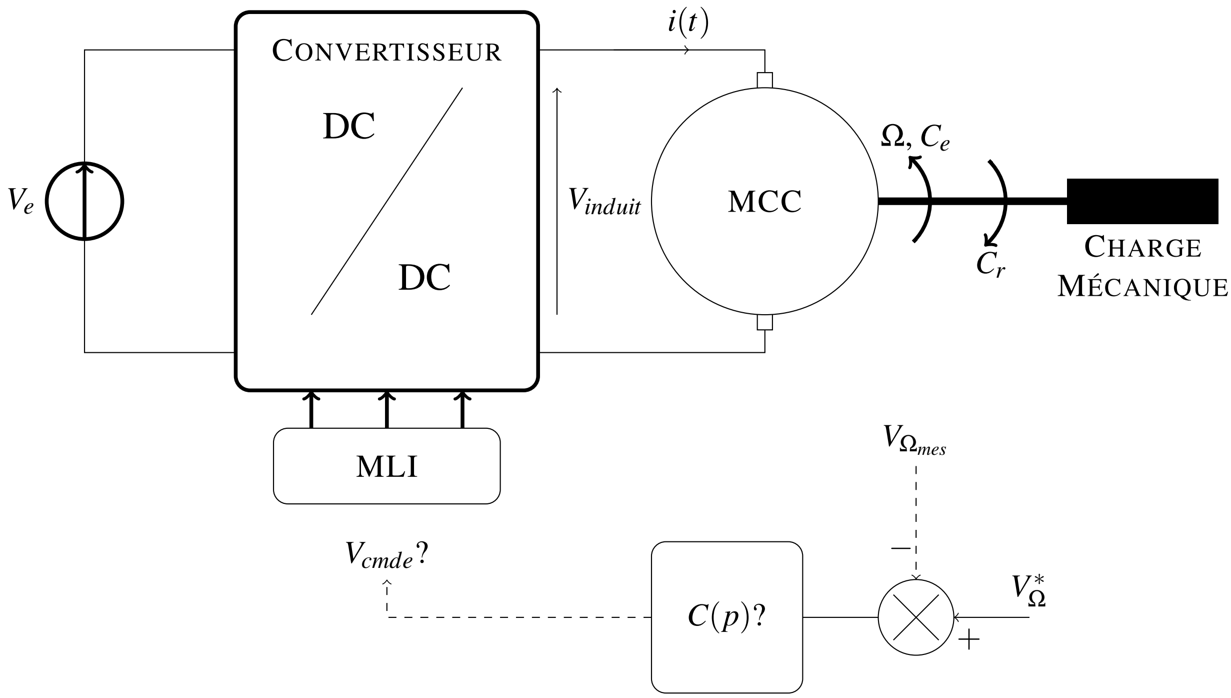


FIGURE 3 – MCC pilotée en vitesse

Le comportement de la MCC est décrit par uniquement 4 équations :

– Proportionnalité entre le courant d'induit $i(t)$ et le couple électromagnétique de la machine $C_e(t)$:

$$C_e(t) = k \times i(t)$$

– Proportionnalité entre la f.e.m $e(t)$ et la vitesse de rotation de la machine $\Omega(t)$:

$$e(t) = k \times \Omega(t)$$

– Loi des mailles de l'induit :

$$V_{induit}(t) = e(t) + R \times i(t) + L \times \frac{di(t)}{dt}$$

– Principe fondamental de la dynamique appliqué à l'arbre moteur :

$$J \times \frac{d\Omega(t)}{dt} = C_e(t) - C_r(t)$$

Avec :

- J : moment d'inertie total ramené sur l'arbre moteur
- C_e : couple moteur
- C_r : couple résistant ($C_r = f \times \Omega$)

On cherche à modéliser sous forme de schéma bloc le système ayant pour entrée la tension d'induit (V_{induit}) et pour sortie la vitesse de la machine (Ω).

1. Exprimer chacune des 4 équations dans le domaine de Laplace.
2. Identifier les constantes de temps électrique (τ_e) et mécanique (τ_m) du système.
3. Définir alors le schéma bloc de la machine à courant continu.
4. Déterminer alors l'expression de la fonction de transfert suivante :

$$F(p) = \frac{\Omega(p)}{V_{induit}(p)}$$

5. Identifier alors les expressions du gain statique (K), du coefficient d'amortissement (ξ) et de la pulsation propre (ω_0).