

# AUTOMATIQUE

## SÉANCE N°4: CORRECTION (P ET PI) DES SYSTÈMES DU PREMIER ORDRE



### 1 Exercice 1 : Correction Proportionnelle

On s'intéresse dans cet exercice au système  $F(p)$ , placé dans une boucle à retour unitaire, représenté à la FIGURE 1. La fonction de transfert du correcteur est notée  $C_1(p)$  :

$$C_1(p) = G$$

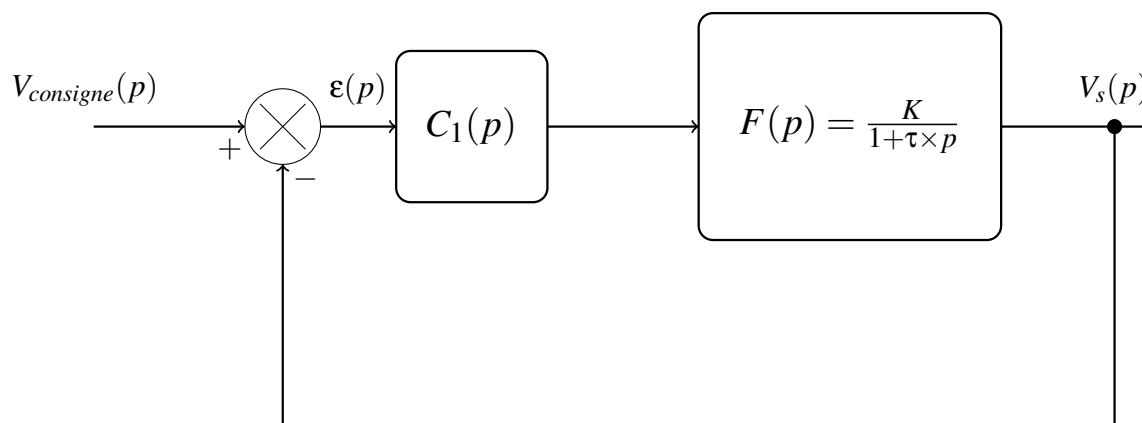


FIGURE 1 – Système du premier ordre en boucle fermée avec correcteur

1. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée de cet asservissement

$$FTBF(p) = \frac{V_s(p)}{V_{consigne}(p)}$$

$$FTBF(p) = \frac{C_1(p) \times F(p)}{1 + C_1(p) \times F(p)}$$

$$FTBF(p) = \frac{\frac{GK}{1+\tau \times p}}{1 + \frac{G \times K}{1+\tau \times p}}$$

$$FTBF(p) = \frac{GK}{1 + \tau \times p + G \times K}$$

$$FTBF(p) = \frac{\frac{GK}{1+GK}}{1 + \frac{\tau}{1+GK} \times p}$$

2. Mettre la  $FTBF$  sous la forme suivante :

$$FTBF(p) = \frac{K_{BF}}{1 + \tau_{BF} \times p}$$

Vous donnerez les expressions des 2 constantes  $K_{BF}$  et  $\tau_{BF}$

– Gain statique en boucle fermée :

$$K_{BF} = \frac{GK}{1 + GK}$$

– Constante de temps en boucle fermée :

$$\tau_{BF} = \frac{\tau}{1 + GK}$$

3. **Application numérique** : La constante de temps du système est de  $1/2 h$ , le gain statique est de 1,5. On souhaite accélérer le temps de réponse du système. Le cahier des charges nous impose une constante de temps en boucle fermée de 15 min.

(a) Déterminer la valeur de  $G$  permettant de répondre au cahier des charges.

$$\tau_{BF} = \frac{\tau}{1 + GK} = \frac{1}{4}h$$

$$G = \frac{1}{K} \times \left( \frac{\tau}{\tau_{BF} - 1} = \frac{2}{3} \right)$$

(b) Tracer sur le graphique de la FIGURE 2 la réponse en boucle ouverte et en boucle fermée de ce système en tenant compte de la tension de consigne représentée.

(c) Déterminer l'erreur statique de cet asservissement :

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t)$$

Graphiquement, l'erreur statique est de 2.

4. Conclure sur l'intérêt d'utiliser un correcteur proportionnel.

Le correcteur proportionnel permet d'améliorer la rapidité du système.

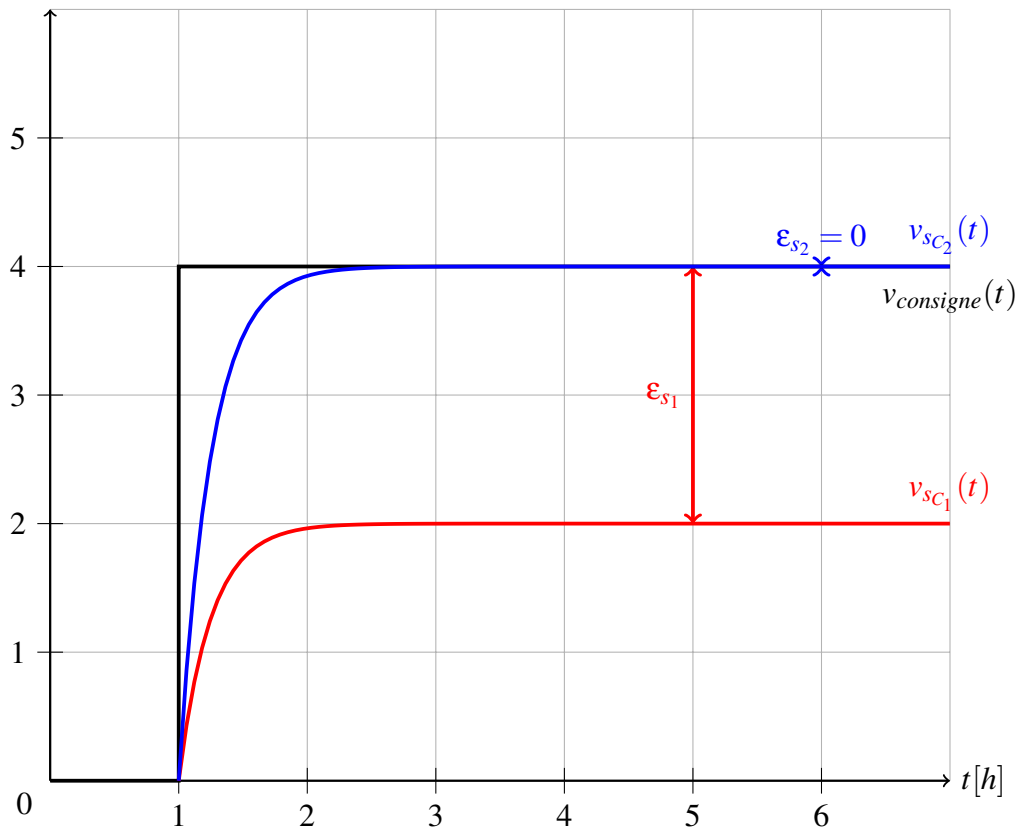


FIGURE 2 – Réponses en boucle ouverte et en boucle fermée

## 2 Exercice 2 : Correction Proportionnelle Intégrale

Le correcteur de la FIGURE 1 est remplacé par un correcteur proportionnel intégral de fonction de transfert  $C_2(p)$  :

$$C_2(p) = K_{PI} \times \frac{1 + \tau_{PI} \times p}{\tau_{PI} \times p}$$

Où  $K_{PI}$  et  $\tau_{PI}$  sont 2 constantes.

On utilisera la méthode de la compensation de pôles : on fixera la valeur de la constante de temps du correcteur égale à la constante de temps du système à asservir.

$$\tau_{PI} = \tau$$

1. Exprimer la nouvelle fonction de transfert en boucle fermée de cet asservissement.

$$FTBF(p) = \frac{C_2(p) \times F(p)}{1 + C_2(p) \times F(p)}$$

$$FTBF(p) = \frac{K_{PI} \times \frac{1 + \tau_{PI} \times p}{\tau_{PI} \times p} \times \frac{K}{1 + \tau \times p}}{1 + K_{PI} \times \frac{1 + \tau_{PI} \times p}{\tau_{PI} \times p} \times \frac{K}{1 + \tau \times p}}$$

avec  $\tau_{PI} = \tau$

$$FTBF(p) = \frac{\frac{K_{PI} \times K}{\tau \times p}}{1 + \frac{K_{PI} \times K}{\tau \times p}}$$

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + \frac{\tau}{K_{PI} K} \times p}$$

2. Mettre la  $FTBF$  sous la forme suivante :

$$FTBF(p) = \frac{K_{BF}}{1 + \tau_{BF} \times p}$$

Vous donnerez les expressions des 2 constantes  $K_{BF}$  et  $\tau_{BF}$ .

Nouvelles constantes en boucle fermée ;

– Gain statique en boucle fermée :

$$K_{BF} = 1$$

– Constante de temps en boucle fermée :

$$\tau_{BF} = \frac{\tau}{K \times K_{PI}}$$

3. **Application numérique** : On souhaite conserver la même rapidité que lors de la correction proportionnelle ( $\tau_{BF} = 15 \text{ min}$ ).

(a) Déterminer la valeur de  $K_{PI}$  permettant de répondre au cahier des charges.

$$\tau_{BF} = \frac{\tau}{K K_{PI}} = \frac{1}{4} h$$

$$K_{PI} = \frac{\tau}{\tau_{BF} K} = \frac{4}{3}$$

(b) Tracer sur le graphique de la FIGURE 2 la nouvelle réponse en boucle fermée.

(c) Exprimer l'erreur statique de cet asservissement :

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t)$$

Le gain statique étant unitaire, l'erreur statique est donc nulle !

4. Conclure sur l'intérêt d'utiliser un correcteur proportionnel intégral.

Amélioration de la précision.