DUT GEII - DUT 2 Alternance
Travaux Pratiques d'Électronique
Séance n°3

Mercredi 11 Décembre 2013

Le but du TP est de faire une synthèse des connaissances sur les circuits RC.
Les compétences suivantes devront être acquises à l'issue de la séance :

– Compétences théoriques :
  1. Résolution d'une équation différentielle du premier ordre
  2. Calcul du module et de l'argument d'une fonction de transfert du premier ordre
– Compétences pratiques
  1. Mesure d'un déphasage
  2. Mesure d'une constante de temps (τ)
  3. Mesure d'un temps de réponse à 5% ($tr_{5\%}$)
  4. Détermination de la fréquence de coupure (f_c)
  5. Tracé d'un diagramme de Bode en gain et en phase

1 Signal d'attaque carré

Le circuit étudié est représenté à la Figure 1. Le signal d'entrée est carré et varie de 0 à E. On pose pour la suite : $\tau = R.C$ et $R = 10\ k\Omega$.

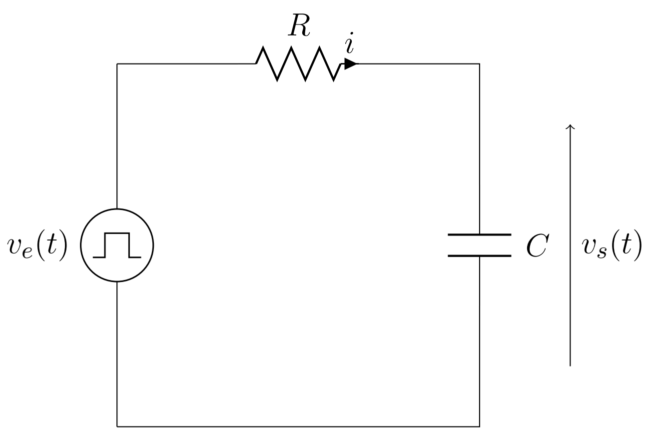

Figure 1 – Circuit RC - Tension d'entrée carrée

1.1 Partie théorique

Pour la partie théorique, on considèrera que le signal d'entrée est constant et de valeur E.

1. A partir de la loi des mailles, exprimer l'équation différentielle du premier ordre liant $v_e(t)$ et $v_s(t)$
2. A partir de cette équation différentielle, donnez l'expression temporelle de la tension $v_s(t)$. (On prendra comme condition initiale $v_s(0) = 0$).
3. Tracez alors l'évolution temporelle de la tension de sortie ($v_s(t)$).
4. Que vaut la tension de sortie à l'instant $t = \tau$ ($v_s(\tau)$) ? à l'instant $t = 3\tau$ ($v_s(3\tau)$) ? à l'instant $t = 5\tau$ ($v_s(5\tau)$) ?

1. Loi des mailles : $v_e(t) = R \times i(t) + v_s(t)$. Le courant dans le condensateur est lié à la valeur du condensateur et à la tension à ses bornes par la relation suivante :$i(t) = C \times \frac{dv_s(t)}{dt}$. Sachant que la tension d'entrée vaut E, l'équation différentielle de la tension de sortie est donc la suivante :
$$E = R \times C \times \frac{dv_s(t)}{dt} + v_s(t)$$
2. La résolution d'une équation différentielle se fait en 3 temps :
   (a) Régime permanent ⇒ la tension de sortie est alors stabilisée ($\frac{dv_s(t)}{dt} = 0$), il suit :
   $$v_{s_1}(t) = E$$
   (b) Solution sans second membre ⇒ la tension de sortie est solution de l'équation suivante :
   $$R \times C \times \frac{dv_{s_2}(t)}{dt} + v_{s_2}(t) = 0$$
   $v_{s_2}(t)$ est donc de la forme suivante :$v_{s_2}(t) = A \times e^{-\frac{t}{R \times C}}$
   (c) La solution générale est donc la suivante :
   $$v_s(t) = v_{s_1}(t) + v_{s_2}(t) = E + A \times e^{-\frac{t}{R \times C}}$$
   Il faut désormais prendre en compte la condition initiale ($t = 0$) pour déterminer la constante A :
   $$v_s(0) = 0 = E + A \times e^{-\frac{0}{R \times C}} = E + A$$
   D'où : $A = -E$. L'expression de la tension aux bornes du condensateur est donc la suivante :
   $$v_s(t) = 0 = E - E \times e^{-\frac{t}{R \times C}} = E(1 - e^{-\frac{t}{R \times C}}) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$
3. L'allure de la tension aux bornes du condensateur est représentée à la Figure 2.
4. Voici quelques valeurs remarquables :
   - $t = \tau$: $v_s(\tau) = E(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E(1 - e^{-1}) = 0{,}63 \times E$
   - $t = 3\tau$: $v_s(3\tau) = E(1 - e^{-\frac{3\tau}{\tau}}) = E(1 - e^{-3}) = 0,95 \times E$
   - $t = 5\tau$: $v_s(5\tau) = E(1 - e^{-\frac{5\tau}{\tau}}) = E(1 - e^{-5}) = 0{,}99 \times E$

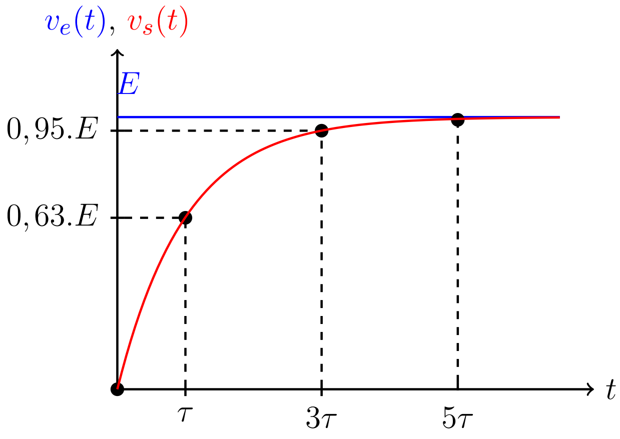

Figure 2 – Allure de la tension aux bornes du condensateur

1.2 Partie pratique

La tension d'entrée est carrée, de valeur maximale 2 V et de valeur moyenne 1 V ($E = 2V$).

1. Câblez le circuit.
2. Réglez la fréquence de la tension d'entrée de façon à visualiser une charge complète et une décharge complète à l'écran de l'oscilloscope.
3. Représentez l'allure de la tension de sortie sur papier millimétré.
4. A partir de l'allure de la tension de sortie, déterminez par la méthode de votre choix la valeur de la constante de temps du circuit (τ).
5. En déduire la valeur du condensateur ?
6. Toujours à partir de l'allure de la tension de sortie, déterminez la valeur du temps de réponse ($tr_{5\%}$).
7. En connaissant l'allure de la tension d'entrée et de la tension de sortie, déterminez l'allure de la tension aux bornes de la résistance. Conclure.

2 Signal d'entrée sinusoïdal

On s'intéresse désormais au circuit représenté à la Figure 3. La tension d'entrée est désormais sinusoïdale :

$$v_e(t) = V_e\sqrt{2}\sin(\omega t) \tag{1}$$

Le circuit étant linéaire, la tension de sortie est elle aussi sinusoïdale :

$$v_s(t) = V_s\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi) \tag{2}$$

2.1 Partie théorique

1. Rappelez l'impédance complexe d'un condensateur ($\underline{Z_c}$)
2. Exprimez alors la fonction de transfert ($\underline{T}$) liant la tension de sortie et la tension d'entrée :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} \tag{3}$$

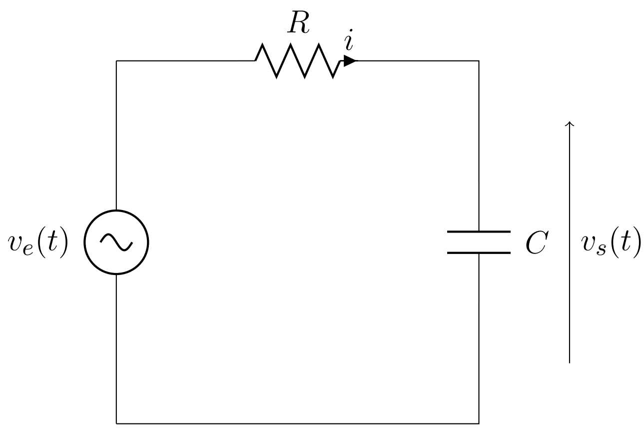

FIGURE 3 – Circuit RC - Tension d'entrée sinusoïdale

3. Mettre alors cette fonction de transfert sous la forme suivante :

$$\underline{T} = \frac{K}{1 + j.\frac{\omega}{\omega_c}} \tag{4}$$

4. Que représentent les constantes K et ω_c ? Donnez leurs valeurs.
5. Donnez la relation liant la fréquence de coupure f_c et la constante de temps τ du circuit. Connaissant la valeur de τ, faire l'application numérique.
6. Exprimez le module ($|\underline{T}|$, **appelé également le gain**) et l'argument (φ, **appelé également la phase**) de la fonction de transfert.
7. Que valent le module (**en décimal et en dB**) et l'argument de la fonction de transfert aux fréquences f_c ? $10.f_c$? $\frac{f_c}{10}$? On rappelle que le module s'exprime en dB de la manière suivante :

$$|\underline{T}|_{dB} = 20 \times log_{10}(|\underline{T}|) \tag{5}$$

8. Représentez alors le diagramme de Bode du gain et de la phase sur papier semi logarithmique.

1. Impédance complexe d'un condensateur :$\underline{Z_c} = \frac{1}{j \times C \times \omega}$
2. La tension de sortie peut être exprimée simplement en utilisant un pont diviseur de tension :

$$\underline{V_s} = \underline{V_e} \times \frac{\underline{Z_c}}{\underline{Z_c} + R} = \underline{V_e} \times \frac{\frac{1}{j \times C \times \omega}}{\frac{1}{j \times C \times \omega} + R} = \underline{V_e} \times \frac{1}{1 + j \times R \times C \times \omega}$$

3. Fonction de transfert :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{1}{1 + j \times R \times C \times \omega} = \frac{K}{1 + j.\frac{\omega}{\omega_c}} \tag{6}$$

4. D'où :Gain statique $K = 1$ et pulsation de coupure $\omega_c = \frac{1}{\tau}$
5. Fréquence de coupure :

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau} = 1591 Hz$$

6. Module de la fonction de transfert :

$$|\underline{T}| = |\frac{1}{1+j\times\frac{\omega}{\omega_c}}| = \frac{|1|}{|1+j\times\frac{\omega}{\omega_c}|} = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_c})^2}}$$

Argument de la fonction de transfert :

$$\varphi(\underline{T}) = \varphi(\frac{1}{1+j\times\frac{\omega}{\omega_c}}) = \varphi(1) - \varphi(1+j\times\frac{\omega}{\omega_c}) = 0 - atan(\frac{\omega}{\omega_c}) = -atan(\frac{\omega}{\omega_c})$$

7. Module et phase pour 3 pulsations remarquables :

ω	$\frac{\omega_c}{10}$	ω_c	$10\times\omega_c$
$\lvert\underline{T}\rvert$	$\frac{1}{\sqrt{1{,}01}} \sim 1$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sim 0{,}707$	$\frac{1}{\sqrt{101}} \sim 0{,}1$
$\lvert\underline{T}\rvert_{dB}$	0	-3	-20
φ	-6°	-45°	-84°

8. Diagramme de bode du cicruit RC à la Figure 4.

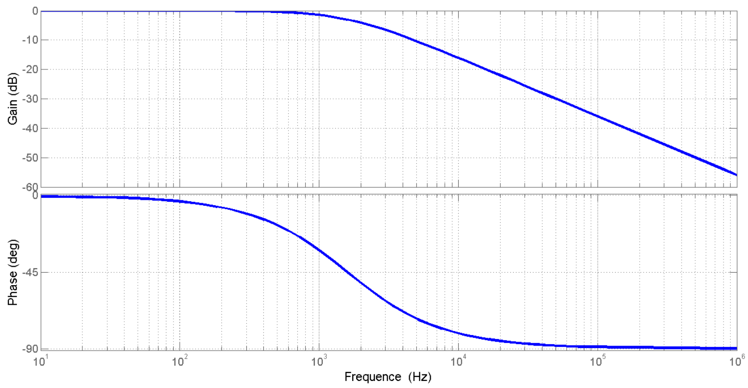

Figure 4 – Diagramme de bode du circuit RC - $f_c = 1591\ Hz$

2.2 Partie pratique

La tension d'entrée est sinusoïdale, de valeur crête à crête 10 V et de valeur moyenne nulle. On souhaite réaliser le diagramme de Bode du module et de la phase de la fonction de transfert.

1. Pour une fréquence allant de 100 Hz à 100 kHz, tracer le diagramme de Bode du module en **dB** et de la phase. L'ensemble des mesures doivent être regroupées dans un seul et même tableau.
2. A partir de l'allure des diagrammes de Bode, déterminer de quel type de filtre il s'agit. Justifiez votre réponse.
3. Toujours en vous basant sur vos mesures, déterminez la fréquence de coupure (f_c) du circuit. Pourquoi parle-t-on de fréquence de coupure à -3 dB ? Que vaut la phase pour cette fréquence ?
4. Déterminez une méthode simple pour mesurer rapidement la fréquence de coupure d'un système.
5. Dans le cas d'une tension d'entrée sinusoïdale, quelle serait l'allure de la tension de sortie si le système était un intégrateur ? Justifiez votre réponse.

6. En déduire la gamme de fréquence pour laquelle notre circuit réalise la fonction d'intégrateur.