IUT de Nimes GEII
2017/18 Outils Logiciels 3

TP 5 Filtrage numérique d'un signal échantillonné

Au TP précédent, nous avons vu comment échantillonner correctement un signal analogique ; on obtient alors un signal numérisé constitué d'une suite de valeurs numériques. Maintenant, nous allons voir comment réaliser un traitement numérique, pour par exemple améliorer la qualité du signal (**filtrage numérique**) ou implémenter un correcteur numérique.

Il existe différentes façons de synthétiser un filtre numérique, en partant soit de l'expression analytique de la fonction de transfert analogique correspondante, soit de sa réponse impulsionnelle, etc... Le passage du *domaine analogique au domaine numérique* s'obtient grâce à la **transformée en *z***, que nous ne détaillerons pas ici. Le résultat final est l'obtention d'une expression, dite *équation aux différences*, qui permet de calculer la valeur de la sortie du filtre numérique au temps *n*, en fonction des valeurs d'entrée et/ou de sortie précédentes.

Les filtres non récursifs dépendent seulement des valeurs numériques d'entrée, alors que les filtres récursifs dépendent des valeurs d'entrée et de sortie, et peuvent par conséquent être instables à cause de la rétro-action.

Partie 1

- Créez 3 signaux sinusoïdaux d'amplitude 1 V et d'offset 1 V, échantillonnés avec un pas Te=0.5 s, et de fréquences respectives f=0.1, 0.4 et 0.8 Hz. Tracez-les sur 3 graphes différents avec la commande subplot(). Utilisez l'affichage 'o-k' dans la fonction plot.

Le signal numérique de sortie est donné par l'équation suivante : $s(n)=\frac{1}{2}(e(n)+e(n-1))$.

- Tracez les 3 signaux de sortie, avec l'affichage '.-r' .
- Comment évolue l'amplitude de la sortie en fonction de la fréquence ? Quel type de filtre est réalisé ?
- Vers quelle valeur tend la sortie pour la plus grande fréquence ? Justifiez à l'aide de l'équation du filtre numérique. Comment s'appelle cette opération, normalement ?
- On souhaite respecter les conditions de Shannon pour l'échantillonnage. Quelle est la fréquence maximale du signal d'entrée à ne pas dépasser ?
- Concernant la phase, le signal de sortie est-il en avance ou en retard par rapport au signal d'entrée ? La valeur du décalage temporel dépend-il a priori de la fréquence du signal d'entrée ? Comment évolue donc la phase du filtre en fonction de la fréquence ? Comparez à un filtre analogique.
- A l'aide de la transformée en z, on montre que la transmitance analogique correspondante s'écrit : $T(p)=0.5*(1+\exp(-pT_e))$. Tracez son diagramme de Bode dans le domaine de validité du critère de Shannon.

Partie 2

Pour synthétiser un filtre numérique équivalent au filtre passe-bas analogique $F(p)=\frac{1}{1+\tau p}$, on utilise la transformée en z, avec deux approximations différentes. Les équations aux différences obtenues sont les suivantes :

$$y(n)=\frac{T_e}{\tau}x(n-1)+(1-\frac{T_e}{\tau})y(n-1)$$, au premier ordre

$$y(n)=\frac{T_e}{2\tau+T_e}(x(n)+x(n-1))+\frac{2\tau-T_e}{2\tau+T_e}y(n-1)$$, au deuxième ordre.

Créez un signal carré avec une période T et un temps d'échantillonnage Te, de votre choix, mais satisfaisant largement au critère de Shannon. Implémentez les équations récursives ci-dessus à l'aide d'une boucle for. Tracez les signaux filtrés. Comparez les réponses des 2 équations lorsque la constante de temps augmente. Répétez l'analyse en vous rapprochant de la limite d'échantillonnage. Les 2 équations sont-elles équivalentes ?