

OL3 - Traitement numérique du signal TP 1 (2ème partie)

Représentations d'un signal dans les domaines temporel et fréquentiel

2 – Représentation d'un signal dans le domaine fréquentiel

Dans la première partie, nous avons représenté des signaux en fonction du temps. Mais, vous avez vu en cours de mathématiques, que tout signal, périodique ou non périodique, peut aussi être représenté dans le domaine fréquentiel. Cette représentation différente est utile dans de nombreuses applications, notamment lorsqu'on aborde la notion de filtrage pour pouvoir comparer les fréquences d'un signal à la fréquence de coupure d'un filtre, ou lors d'un échantillonnage afin de comparer la fréquence F_{ech} à la fréquence maximale du signal, ou pour évaluer le taux de distorsion harmonique d'un signal périodique, etc...

Le passage du domaine temporel au domaine fréquentiel se réalise à l'aide des séries de Fourier ou de la transformation de Fourier. Sous Scilab, il existe une fonction rapide de calcul numérique qui s'appelle "**fft()**" (Fast Fourier Transform), que l'on utilisera chaque fois que nous voudrions passer du domaine temporel au domaine fréquentiel et vice-versa, par la transformée inverse.

Nous travaillerons uniquement avec des signaux causaux, c'est-à-dire qui n'existent que pour des temps positifs ($t > 0$). Et de même, nous nous intéresserons seulement aux fréquences positives du spectre de fréquence ($f > 0$).

Exercice 1

Soit le signal suivant :

$$x1=5*\cos(2*\%pi*f0*t);$$

- Tracez le signal en fonction du temps (ajustez la durée et le pas temporel) pour $f_0=1$ kHz.
- Quelle est sa fréquence fondamentale ?
- Calculez sa transformée de Fourier et tracez sa valeur absolue directement, sans spécifier de vecteur pour les abscisses. Que remarque-t-on ?
- Créez le vecteur fréquence ci-dessous, où dt représente le pas temporel du vecteur temps et N le nombre total de points :

$$f=1/dt*(0:(N/2))/N;$$

- Tracez les premiers points du vecteur fft en fonction du vecteur fréquence, en adaptant la taille du vecteur fft à celle du vecteur fréquence. Par quelle valeur faut-il diviser la fft pour avoir une amplitude correcte ?

A ce stade, votre spectre de fréquence doit être correct. Vérifiez.

- Changez le pas temporel du vecteur temps. Quelle est l'incidence sur le spectre de fréquence ?
- Changez la durée temporelle du vecteur temps. Quelle est l'incidence sur le spectre de fréquence ?

Exercice 2

Tracez sur deux graphes les représentations temporelles et fréquentielles des 2 signaux suivants, avec un affichage correct (résolution, intervalle) :

$$\begin{aligned}x1 &= 6 - 2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t) + 3 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t); \\x2 &= 4 + 1.8 \cdot \cos(5 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + \pi/3) + 0.8 \cdot \sin(6 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t); \end{aligned}$$

Exercice 3

Quelles sont les harmoniques du signal suivant ?

$$x3 = (1 + \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + \pi/6)) \cdot \cos(10 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t);$$

Exercice 4

- Créez un vecteur temps de 0 à 10 s par pas de 0.1 s.
- Sur cet intervalle, créez les signaux temporels suivants : une impulsion de Dirac à $t=0$ s, et un peigne de Dirac de période $T_e = 1$ s, une fonction porte de largeur $L = 3$ s et d'amplitude 1, la décharge d'un condensateur initialement chargé, de constante de temps $\tau = 1$ s.

Pour chaque signal, calculez sa TF pour $f=0:0.01:2$ Hz. Tracer sur 2 graphes distincts superposés les dépendances temporelles et fréquentielles.

Questions de compréhension :

- Quelle est la TF d'une impulsion de Dirac ? Si vous augmentez son amplitude, que se passe-t-il ?
- Quelle est la TF d'un peigne de Dirac ? Quelle est la « période » des impulsions dans le domaine fréquentiel ? Quelle est sa relation avec T_e ?
- Changer séparément l'amplitude de la porte, et sa largeur. Expliquer l'impact en représentation fréquentielle.
- Augmenter la constante de temps de la décharge du condensateur à $\tau = 5$ s. Qu'observe t-on en temporel et en fréquentiel ? Expliquer.
- Reprendre $\tau = 1$ s, et multiplier le signal de décharge du condensateur par la fonction porte d'amplitude 1 et de largeur 4 s. Conclure.