IUT de Nîmes | Mathématiques - MA3
GEII 2-ème année | 2017/18

Suites et séries

TD n° 3 : SUITES

Exercice I

Etudier la convergence des suites numériques suivantes :

$$a)\quad u_n = \frac{3n^2 - 5n}{5n^2 + 2n - 6} \qquad b)\quad u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$c)\quad u_n = \frac{3n^2 + 4n}{2n - 1} \qquad d)\quad u_n = \frac{1 + 2 \times 10^n}{5 + 3 \times 10^n}$$

$$e)\quad u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Exercice II

Soit la suite (u_n) telle que : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{4u_n}{4 - u_n} \\ u_0 = -1 \ ; \end{cases}$.

(a) Soit la suite auxiliaire $v_n = \dfrac{3u_n + 2}{u_n}$ Montrer que la suite v_n est arithmétique.

[b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

Exercice III

Soit la suite définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n + 9}{4} \\ u_0 = 8 \ ; \end{cases}$. On pose $v_n = u_n - 3$.

(a) Montrer que la suite v_n est géométrique.

[b) Exprimer u_n en fonction de n et calculer sa limite.

(c) Etudier les séries : $\sum_n v_n$ et $\sum_n u_n$

Exercice IV (**Facultatif**)

On considère la suite (u_n) telle que $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = \dfrac{2}{3}u_n - 1$ pour tout n entier naturel.
On considère également la suite (v_n) définie pour tout n entier naturel par : $v_n = u_n + 3$.

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

c) Déduire de ce qui précède $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

<u>Exercice V</u> (**Facultatif**)

On considère la suite (u_n) telle que $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \dfrac{2}{u_n + 1}$ pour tout n entier naturel.

a) Calculer u_1, u_2 et u_3.

b) On considère la suite (v_n) définie pour tout n entier naturel par : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

1) Calculer v_0, v_1 et v_2. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.

2) Exprimer v_n en fonction de n.

3) Exprimer u_n en fonction de n.