

TD n° 1 : Séries de Fourier complexes

Objectifs du TD

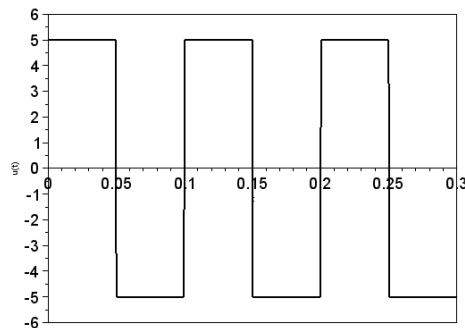
- Calculer les coefficients complexes c_k du développement en série de Fourier des signaux périodiques ci-dessous.

RAPPEL : pour u signal périodique, de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$:

$$c_k = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) e^{-ik\omega t} dt \quad \text{pour } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

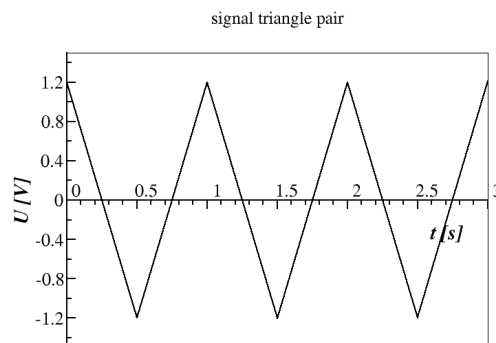
- Pour chacun des signaux, on tracera également leur diagramme spectral en représentant $|c_k|$ ou $|c_k|/|c_1|$ si $|c_1| \neq 0$.

Exercice I Signal "carré impair" $u(t)$.



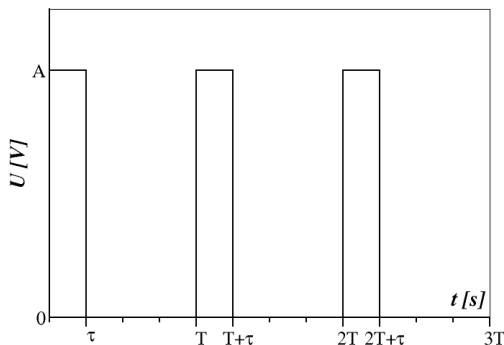
Une fois que vous aurez trouvé la forme complexe de la série de Fourier complexe du signal $u(t)$, en déduire (sans faire les calculs) les séries de Fourier complexes pour les signaux suivants: $u_1(t) = u(t - 0.02)$ et $u_2(t) = u(2t)$. Quelles sont les différences entre les diagrammes spectrales des 3 signaux ?

Exercice II Signal "triangle pair".



Une fois que vous aurez trouvé la forme complexe de la série de Fourier complexe du signal ci-dessus, en déduire (sans faire les calculs) la série de Fourier de la dérivée de ce signal. Tracer cette dérivée. Que remarquez vous ?

Exercice III Signal "rectangle" avec un rapport cyclique $\alpha = \frac{\tau}{T} \in [0, 1]$.



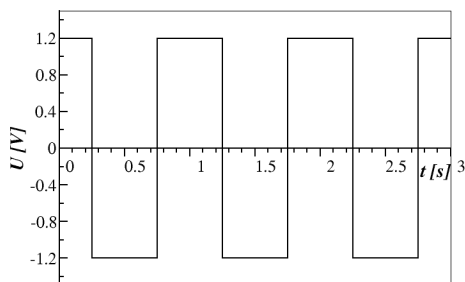
Exercice IV Signal "sinusoïdal redressé"

- Tracer et trouver le développement en série de Fourier de $u(t) = |\sin(t)|$.
- En déduire le développement en série de Fourier de $u_a(t) = |\sin(at)|$ avec $a > 0$.

EXERCICES FACULTATIFS

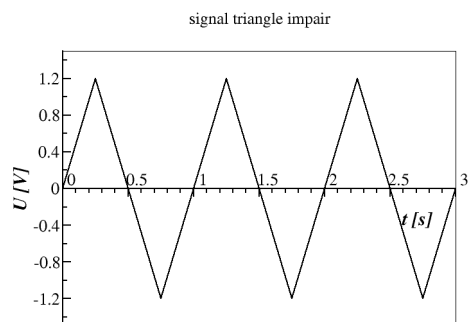
- Calculer les coefficients c_k du développement en série de Fourier complexe des signaux périodiques ci-dessous.
- Pour chacun des signaux, on tracera également leur diagramme spectral en représentant $|c_k|$ ou $|c_k|/|c_1|$ si $|c_1| \neq 0$.

Exercice V Signal "carré pair"



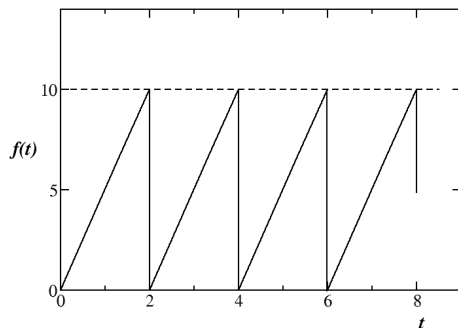
QUESTION : Compte tenu des calculs faits à l'exercice I., pourriez vous en déduire sans calculs explicites la série de Fourier complexe du signal "carré pair" ?

Exercice VI Signal "triangle impair"



QUESTION : Compte tenu des calculs faits à l'exercice **II.**, pourriez vous en déduire sans calculs explicites la série de Fourier complexe du signal "triangle impair" ?

Exercice VII Signal "dent de scie"



Exercice VIII Signal "trapèze"

