

TP 1 – série 2

Nombres complexes – représentation complexe des signaux sinusoïdaux

Les objectifs de ce TP sont :

- comprendre les représentations complexes de signaux sinusoïdaux
- illustrer les notions de déphasage, de puissance active et réactive

Exercice 1 : Nombre complexe, partie réelle et imaginaire, fonctions cos et sin

Nous allons représenter la partie réelle, imaginaire et le nombre complexe $z = 100 e^{j\theta}$ en fonction de θ .

1. Créez un classeur « representation-complexe.ods » et renommez la première feuille de calcul « Cercle Trigonométrique ».
2. Editez et formatez la feuille afin d'obtenir :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Phase en degrés	Sinus	Cosinus			z	Argument de z (à modifier)		Légendes :
2					partie réelle			degrés	cercle trigo
3					partie imag				sinus
4									cosinus
5									z
6									Re(z)
7									Im(z)
8									
9									
10									
11									
12									
13									

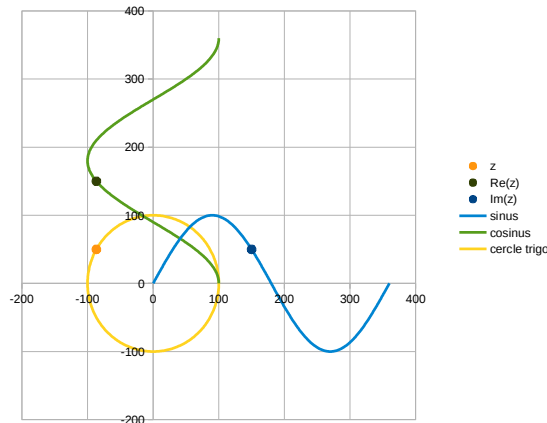
3. Remplissez la première colonne pour obtenir une phase qui varie de 0 à 360 degrés par pas d'un degré.

Rappel Les fonctions $COS()$ et $SIN()$ calculent les cosinus et sinus d'angles exprimés en radians. Consultez l'aide de LibreOffice pour plus de détails.

4. Calculez dans les colonnes B et C la partie réelle et imaginaire de z.

Rappel : La partie réelle de z est donnée par $100\cos(\theta)$ et la partie imaginaire par $100\sin(\theta)$

5. Donnez une valeur de votre choix à l'argument de z dans la case G2. Calculez la partie réelle et imaginaire de z en case F2 et F3.
6. Insérez un diagramme XY dans lequel apparaissent la partie réelle en fonction de θ (courbe verte sur la figure ci-dessous). Sur ce même diagramme, ajouter une nouvelle courbe représentant θ en fonction de la partie imaginaire (courbe bleue) (voir la figure en couleur sur geii.iut-nimes.fr/content/cours-en-ligne)



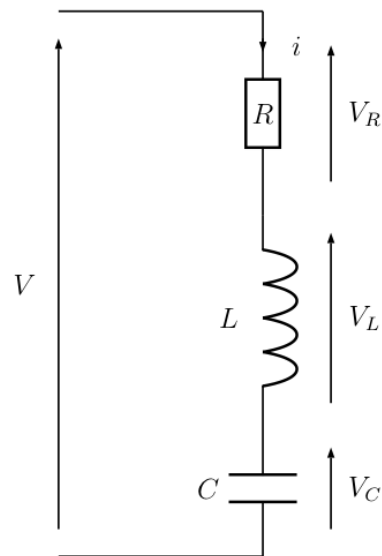
7. Sur ce même diagramme, tracer le cercle trigonométrique (courbe jaune).
8. Enfin, faites figurer par des points la partie réelle, la partie imaginaire et la localisation dans le cercle trigonométrique de votre nombre complexe. Faites varier l'argument de z . Que remarquez vous ?

Exercice 2 : Somme de signaux sinusoïdaux déphasés, circuit RLC série, notions de puissances active et réactive

1. Créez une nouvelle feuille de calcul que vous nommerez « circuit RLC ».
2. Editez et formatez la feuille afin d'obtenir :

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1																	
2																	
3																	
4																	
5							unités										
6							fréquence										
7							valeur efficace de la tension										
8							pulsation										
9																	
10																	
11							résistance			impédance complexe	module	argument	partie réelle	partie imaginaire	diagramme de fresnel		Puissances
12							inductance										
13							capacité										
14																	
15							impédance totale										
16							courant en complexe										
17							tension aux bornes de R										
18							tension aux bornes de L										
19							tension aux bornes de C										
20																	
21																	
22							t	v	i	vR	vL	vC	pR	pL	pC	pRLC	pLC
23																	

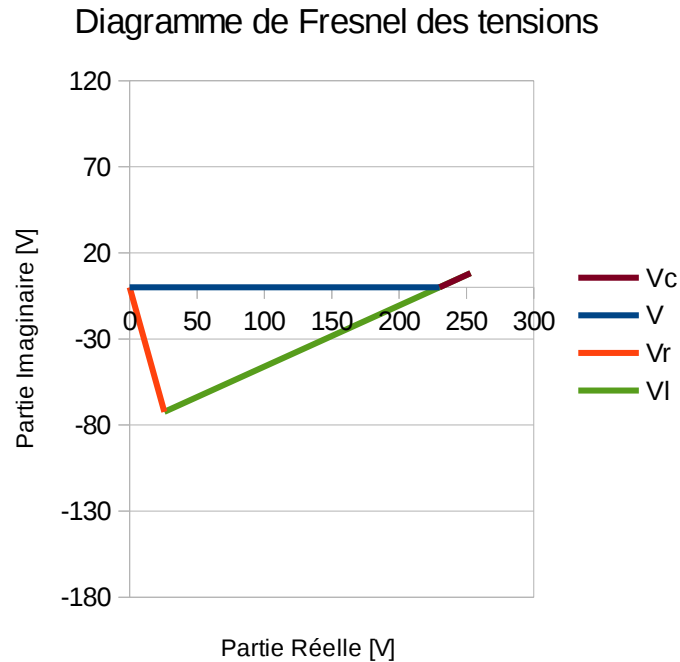
3. Nous proposons d'étudier un circuit RLC monté en série auquel on applique une tension de 230 V avec une fréquence de 50 Hz. Vous choisirez des valeurs de résistance, inductance, et capacité.



4. Il est possible de faire des **calculs complexes** avec Libreoffice. Dans un premier temps, calculez l'**impédance complexe** de la résistance, de la bobine et du condensateur en utilisant la fonction COMPLEXE().

Rappel : On rappelle que l'impédance complexe de la résistance est égale à R , celle de la bobine à $jL\omega$ et celle d'un condensateur à $\frac{1}{jC\omega}$.

5. Calculez l'impédance totale du circuit RLC, le courant i et les tensions V_R , V_L et V_C . Pour rappel la tension aux bornes d'un dipôle est donné par le produit de son impédance par le courant qui le traverse. Comparer la valeur efficace de V à la somme de celles de V_R , V_L et V_C .
6. Calculez les parties réelles, imaginaires, modules et arguments de l'ensemble de ces grandeurs.
7. En utilisant la loi des mailles, retrouvez la relation qui relie les 4 tensions V , V_R , V_L et V_C . Nous pouvons représenter dans le plan complexe ces 4 tensions et vérifier cette relation.
8. Pour cela remplissez le tableau intitulé diagramme de Fresnel. Représentez chaque vecteur par un diagramme XY avec deux points (correspondants aux 2 extrémités du vecteur). La tension V et V_R partent toutes deux de l'origine, elles ont donc comme premières coordonnées $(0,0)$. La seconde correspond à $(\text{Re}(V), \text{Im}(V))$. Représentez ensuite la tension V_L à la suite de la tension V_R et la tension V_C à la suite de la tension V_L . Insérez ensuite un diagramme XY pour représenter ces quatre tensions. Vous devez obtenir un diagramme de ce type :



9. Remplissez la colonne des temps pour pouvoir visualiser l'évolution temporelle des 4 tensions correctement. (Typiquement prenez entre 500 et 1000 points pour visualiser de 3 à 4 périodes)

10. Remplissez les colonnes E à I en utilisant la même formule que précédemment :

$$offset + amplitude \times \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

où f correspond à la fréquence, t au temps et ϕ au déphasage

11.

Rappel : La valeur efficace et l'amplitude d'un signal sinusoïdal sont différentes.

12. Insérez un diagramme XY pour représenter l'évolution temporelle des 4 tensions V, Vr, VL et Vc. Comparez à chaque instant la valeur instantanée v(t) à la somme de celles de vr(t), vl(t) et vc(t). Cette comparaison peut être faite sur le diagramme ou en n'importe quel instant dans le tableau.

13. Remplissez les colonnes J à N en calculant la puissance instantanée $p(t) = v(t) \cdot i(t)$ dans R, L, C, pour l'ensemble RLC et pour LC. Insérez 5 diagrammes XY pour observer l'évolution temporelle de ces 5 puissances instantanées.

14. Calculez, comme précédemment la valeur moyenne de ces puissances instantanées et complétez le tableau des puissances. Quelles sont les valeurs moyennes de ces puissances ? Expliquez pourquoi. Comparez les valeurs moyennes et l'évolution temporelle des puissances instantanées aux bornes de R, L et C. Que remarquez vous ? Que pouvez vous en déduire de la nature de la puissance dans ces différents dipôles ?

15. Quelle est la fréquence de ces puissances instantanées ? Expliquez pourquoi. Dans ce but considérez la puissance instantanée consommée par une résistance dont le courant est donné par l'expression suivante :

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t)$$

Rappel : $\sin^2(\theta) = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$

16. Calculez la puissance active et réactive consommées par ce circuit RLC. Comparez ces valeurs à la valeur moyenne de la puissance consommée par R et par RLC et au maximum de la puissance instantanée consommées par la bobine et le condensateur. Que constatez vous ? Expliquez pourquoi.

Rappel : Les puissances active et réactive sont données par les relations suivantes :

$$P = VI \cos \phi \quad Q = VI \sin \phi$$

Pour la puissance réactive, considérez uniquement une bobine alimentée par un courant i donné par l'expression suivante :

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t)$$

La tension aux bornes de la bobine est donc donnée par :

$$v(t) = L \omega \hat{I} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Formule de trigonométrie : $\sin a \cdot \sin b = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2}$