

TD 3 Fonctions réelles usuelles

Fonctions exponentielles et logarithmes

Exercice I Donner sans l'aide de la calculatrice les valeurs suivantes :
 $\log_2 8$, $\log_{10} 10000$, $\log_{10} 0.1$, $\log_2 \frac{1}{4}$.

Exercice II Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- a) $3 \log_2(2x) = 1$
- b) $2 \cdot 3^{x+1} - 5 = 0$
- c) $e^x - 4e^{-x} = -3$
- d) $\log_{10} x + \log_{10}(x^2) = 2 \log_{10} 2$

Exercice III On considère une échelle logarithmique en décades.

- a) Représenter graphiquement cette échelle, en plaçant les valeurs suivantes **1, 10, 100** et **1000**.
- b) Placer ensuite les valeurs suivantes : de **2** à **9** et de **20** à **90**.
- c) Calculer la valeur correspondante au milieu du segment **[1, 10]** et ensuite celle correspondante au milieu du segment **[10, 100]**.
- d) Placer les points **0.1** et **0.01** sur l'échelle. Que dire du point **0** sur l'échelle logarithmique?

Exercice IV (Facultatif) On considère une échelle logarithmique en octaves.

- a) Représenter graphiquement cette échelle, en plaçant les valeurs **1/4, 1/2, 1, 2, 4, 8** et **16**.
- b) Placer ensuite les valeurs de **3, 5, 6, 7**.
- c) Calculer la valeur correspondante au milieu du segment **[8, 16]**.

Exercice V Calculer : **RAPPEL** : $f(x)^{g(x)} = e^{g(x) \ln f(x)}$, pour $f(x) > 0 \forall x \in D_f$

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[1 - \frac{1}{x}\right]^x$
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x}{1+x}\right]^x$
- c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{1}{x-2}\right]^{x-2}$

Exercice VI Calculer les dérivées suivantes :

- a) $2^{2x+1} + x \cdot 3^{x-1}$
- b) $\log_{10}(x^2 + 5x + 4)$

Fonctions trigonométriques inverses

Exercice VII Calculer :

- a) $\arccos \left[\cos \frac{5\pi}{6}\right]$
- b) $\arcsin \left[\sin \frac{5\pi}{6}\right]$
- c) $\arctan \left[\tan \frac{5\pi}{6}\right]$
- d) $\arccos \left[\cos \frac{23\pi}{6}\right]$
- e) $\arcsin \left[\sin \frac{23\pi}{6}\right]$
- f) $\arctan \left[\tan \frac{23\pi}{6}\right]$.

Exercice VIII Calculer les dérivées suivantes et préciser le domaine de dérivabilité :

- a) $y = \arcsin(x + 1)$
- b) $y = \arctan \left(\frac{1}{2x^2}\right)$

Exercice IX Calculer :

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan 2x}{x}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \arctan \left(\frac{1}{x-1}\right)$
- d) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \arctan \left(\frac{1}{x-1}\right)$