Transformée de Laplace des fonctions usuelles

Soit f une fonction de la variable réelle t, définie pour $t > 0$ et supposée nulle pour $t < 0$. On appelle transformée de Laplace de f, la fonction $F(p)$ définie par relation suivante :

$$F(p) = \mathcal{L}[f(t)] \overset{\text{déf}}{=} \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-pt} f(t) \mathrm{d}\, t$$

où p est une variable complexe (c'est à dire $p = x + j\, y$, avec $x,\ y \in \mathcal{R}$ et $j^2 = -1$).

$f(t)$	$F(p) = \mathcal{L}[f(t)]$
$\delta(t)$ (distribution de Dirac)	1
1 (fonction de Heaviside)	$\dfrac{1}{p}$
t	$\dfrac{1}{p^2}$
t^n	$\dfrac{n!}{p^{n+1}}, \quad n \in \mathbb{N}$
e^{-at}	$\dfrac{1}{p+a}$
$\sin \omega t$	$\dfrac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$\cos \omega t$	$\dfrac{p}{p^2+\omega^2}$
$t \sin \omega t$	$\dfrac{2\omega p}{(p^2+\omega^2)^2}$
$t \cos \omega t$	$\dfrac{p^2-\omega^2}{(p^2+\omega^2)^2}$
dérivation : $f'(t)$	$pF(p) - f(0)$
intégration : $\displaystyle\int_0^t f(u) \mathrm{d}u$	$F(p)/p$
fct. périodique : $f(t+nT) = f(t)$	$\dfrac{1}{1-\mathrm{e}^{-pt}} \displaystyle\int_0^T \mathrm{e}^{-pt} f(t) \mathrm{d}\, t$
retard temporel : $f(t-\tau)$	$\mathrm{e}^{-p\tau} F(p)$
retard fréquentiel : $\mathrm{e}^{-at} f(t)$	$F(p+a)$